

0716683-1

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Тарзиманова Гульшат Джавадовна

**Реконструкция развития математического знания в методологии
научно-исследовательских программ**

09.00.08 – философия науки и техники

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата философских наук**



Казань - 2000

Работа выполнена на кафедре философии Казанского
государственного университета

Научный руководитель –

доктор философских наук,
профессор Нугаев Р.М.

Официальные оппоненты –

доктор философских наук,
профессор Тайсина Э.А.
кандидат философских наук,
доцент Разногорский Я.Я.

Ведущая организация –

Казанский государственный
технический университет.

Защита состоится «22» июня 2000г. в 14 часов на
заседании диссертационного совета К 053.29.11 в Казанском
государственном университете.

Адрес: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18, 2-й учебный корпус,
ауд. 215.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке
Казанского государственного университета.

Автореферат разослан «22» июня 2000г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат философских наук,
доцент



НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА
КФУ



0000947733

Лебедев Б.К.



Актуальность темы исследования. Развитие математического знания представляет собой особо значимый предмет исследования методологии науки. С одной стороны, математические теории образуют универсальные схемы для построения теоретического каркаса естественных наук, а с другой - возникновение этих теорий само ставит перед познанием специфические методологические вопросы. К числу последних относятся вопросы реконструкции развития математического знания.

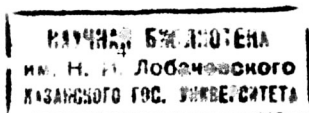
Реальная история развития математики дает уникальный материал для методологических обобщений. В свою очередь, методология математики оказывает активное, организующее влияние на ход математических исследований, определяя направления развития и оценивая их результаты. Принципы развертывания математических исследований давно были предметом методологии математики, но, в связи с ростом методологических исследований, эта область познания вступила в пору построения целостных моделей математического развития и сопоставления их с историческими фактами. Эти модели определяют собой предмет философско-методологических исследований, выделяя его в самостоятельную область анализа процесса математического познания.

Исторически, исследование закономерностей развития математического знания оформилось в связи с появлением трудностей, возникших в основаниях математики. Кризис первых программ обоснования математики – логицизма Рассела и Фреге, формализма Гильберта и интуиционизма Брауэра – потребовал философского анализа возникших затруднений. Именно на этом пути математика приобрела в трудах некоторых методологов науки эмпирицистский статус. Последующие попытки построения методологии математики по аналогии с методологией эмпирических наук инициировали соответствующие шаги в методологических исследованиях. Одной из таких методологических концепций, основанных на гипотезе о квазиэмпирицистском статусе математики, явилась методология научно-исследовательских программ И.Лакатоса. Эта методология обеспечила значительное продвижение в реконструкции роста математического знания и анализе природы его развития. Основной замысел этой концепции, состоящий в попытке понять развитие конкретных наук в контексте общности проблем обоснования нетривиального знания, и поныне сохраняет свое значение. Однако, если в отношении эмпирических наук эта концепция продемонстрировала свою успешность, то в отношении математики она оказалась не в состоянии

выявить собственно математическую специфику. Попытки уложить реконструкцию математического развития в прокрустово ложе оригинальных принципов методологии НИП Лакатоса (Марчи, Хоусон, Хэллет) обнаружили, с одной стороны, недостаточность основных единиц этой методологии для учета специфики математического знания, а с другой – неадекватность принципов, определяющих процессы развертывания математического знания в истории самой математики. С этих позиций актуальность исследуемой в диссертации проблемы заключается в развитии методологии НИП Лакатоса с учетом новых деталей современного состояния математического развития, а также выявление новых принципов, вытекающих из осмысления последних.

Актуальность исследуемой в диссертации проблемы, помимо сказанного, подчеркивается еще и некоторыми, давно отмечаемыми особенностями развития математики, которые направляют математические исследования, но при этом все еще не получили должного отражения в методологических концепциях. А именно, процесс специализации математического знания, объективно действующий как следствие индивидуальной инициативы, ведет к дроблению математики на множество относительно обособленных областей. Опасность сверхспециализации в математике до настоящего времени всегда подавлялась предпринимаемыми усилиями по ее унификации. Вместе с тем, для математики отмеченные тенденции являются определяющими в ее развитии. Перед методологией математики встает задача осмыслить эти черты современного математического развития в конкретных методологических схемах. Диалектическое видение процессов разрешения методологических противоречий между специализацией и унификацией в конкретных моделях развития математического знания требует, в первую очередь, построения адекватных методологических единиц его анализа. Последующий анализ предполагает выяснение конкретных механизмов отмеченных процессов. Выяснение этих деталей математического познания представляет особый интерес в философском осмыслении развития научного знания и также является актуальной задачей методологии науки.

Степень разработанности проблемы. Современные исследования в области философии математики в основном ведутся в двух направлениях. Одно из них, фундаменталистское, характеризуется изучением сущности математики вне связи с ее конкретными историческими состояниями. Исследования этого направления в настоящее время все более отходят от истории, возвращаясь в лоно гносеологии (Е.А.Беляев, Ж.Дьедонне,



О.И.Кедровский, Н.А.Киселева, У.Куайн, Ч.Парсонс, Х.Патнэм, В.Я.Перминов, А.Г.Рузавин, К.Ф. Самохвалов, В.А.Успенский). Другое, нефундаменталистское, направление исследует математику в ее исторической данности. Это направление строит и исследует модели развития математики, создавая различные реконструкции ее истории (А.Г.Барабашев, Б.В.Бирюков, Т.Коетсиер, И.С.Кузнецова, И.Лакатос, А.Н.Нысанбаев, З.А.Сокулер, М.Хэллет). В настоящее время исторические закономерности развития математики устанавливаются в границах, порожденных той или иной рациональной реконструкцией, заменяя платонистское истолкование статуса описания исторических закономерностей на иное, модельное, истолкование.

В работах нефундаменталистского направления выявилось исключительно важное для методологических исследований обстоятельство - возможность исследования функционирования математики не требует окончательного решения проблем установления ее сущности. Этот вывод, расходящийся с представлениями, развиваемыми в русле фундаментализма, открыл новые перспективы для методологических исследований. Пионерской работой нефундаменталистского направления стала серия публикаций И.Лакатоса, выполненных в русле исследований исторической школы философии науки (К.Поппер, Т.Кун, И.Лакатос, Д.Агасси, С.Тулмин), заложившей новые историографические традиции методологических исследований.

И.Лакатос предпринял попытку выявить общую схему развития науки, и, в частности, математики. Созданная им методология научно-исследовательских программ была предназначена для анализа роста любого научного знания, а также его реконструкции, в форме взаимодействия различных НИП. Одновременно с появлением этой методологии возникли критические исследования, главным образом, в методологии математики, показывающие недостаточность оригинальных принципов Лакатоса для эффективной реконструкции развития математического знания. Так, были поставлены, а в определенной степени и разрешены, вопросы касающиеся существования НИП в математике (К.Хоусон), критериев оценки роста математического знания (М.Хэллет), возможности квалифицировать развитие математического знания в форме связности НИП и некоторые другие (Р.М. Нугаев, В.Я. Перминов). Попытка обрисовать новые контуры методологии НИП в математике в идейном русле философии И.Лакатоса была предпринята в исследованиях Т.Коетсиера. В этих исследованиях был дан всесторонний анализ соответствия методологических принципов Лакатоса специфике математического знания, в результате которого была выявлена необходимость их модификации. А именно, было выявлено

несоответствие некоторых структурных элементов НИП Лакатоса методологии математики, нечеткость в разграничении этих элементов между собой, отсутствие общезначимой конкуренции математических программ и некоторые другие. Эта критика определила направления таких модификаций методологии НИП, которые могли бы в большей степени учитывать специфику математического знания. Данное исследование находится в русле этих попыток.

Подытожим сказанное.

- 1) Основные принципы методологии НИП Лакатоса в методологии математике оказались неадекватными реальной истории развития этой науки, хотя замысел концепции в контексте общности проблем обоснования нетривиального знания сохраняет свое значение.
- 2) Незавершенной оказалась специфика математических НИП в методологии математики, хотя некоторые из отдельных деталей были выработаны в исследованиях В.Я.Перминова, А.И.Панченко, К.Хоусона, М.Хэллета, Т.Коетсиера и некоторых других.
- 3) Незавершенной в смысле учета специфики математического знания оказалась и сама методология Лакатоса в математике, что потребовало дальнейшего развития этой концепции в методологии математики.

Таким образом, предметом диссертационного исследования является комплекс вопросов связанных с построением нового модифицированного варианта методологии НИП в математике, а также реконструкция истории отдельных периодов развития математического знания в этой методологии.

Цель и задачи исследования. Цель данной диссертации – построение нового модифицированного варианта методологии НИП в математике, а также проверка его эффективности на основе реконструкции истории отдельных периодов развития математического знания. Эта цель была реализована в следующих задачах:

- 1) дать критический анализ методологии Лакатоса в математике;
- 2) на основе выбранных методологических единиц разработать новый вариант методологии НИП в математике для анализа процессов роста математического знания и, в частности, выявить место этой методологии среди иных моделей исторического развития знания;
- 3) продемонстрировать эвристические возможности предлагаемого варианта методологии в реконструкции развития теоретической математики и, в частности, дать реконструкцию развития геометрического знания в истории создания неевклидовой геометрии.

Теоретико-методологической базой данного исследования явились работы в области философии, методологии и истории науки и математики – работы А.Г.Барабашева, Ж.Дьедонне, В.Ф.Кагана, Т.Коетсиера, И.Лакатоса, В.А.Лекторского, Р.М.Нугаева, В.Я.Перминова, М.А.Розова, В.С.Степина.

Научная новизна исследования. Понятие научно-исследовательской программы вошло в методологию науки после работ И.Лакатоса. Описывая определенные способы и механизмы получения нового знания, этот термин сфокусировал методологический анализ на процессах роста знания, обращаясь, главным образом, к логике внутреннего развития науки. Однако, структура НИП Лакатоса отвечала в большей степени особенностям развития эмпирических наук и, в этом аспекте, недостаточно учитывала специфику математического знания. Поэтому, в первую очередь, возникла необходимость в критериальном уточнении математических НИП и их специфики как будущих единиц методологии НИП в математике.

Исходным пунктом в решении отмеченной задачи, стало наблюдение того, что обычно приводящиеся примеры НИП в математике, такие как формализм Гильберта, логицизм Рассела и Фреге и некоторые другие, являются по сути не математическими, а метаматематическими программами. Целый ряд программ, отражающих практику математического исследовательского поиска, обладал иными характерными чертами. Эти программы, связываемые, как правило, с новыми математическими открытиями, вносили определяющий вклад в развитие математического знания. Выявление этих обстоятельств в свою очередь определило новизну данного исследования.

Выделение собственно математических НИП в математике и разделение класса всех НИП в этой науке на математические и метаматематические, потребовало разработки критериев программной определенности математических НИП. Эти критерии были предложены таким образом, чтобы отобразить в НИП специфику механизма развития математики, понимая под последней определяющие для математики тенденции развития как единого процесса специализации и интеграции получаемого знания. Таким образом, структура математических НИП получила иное, по сравнению с НИП Лакатоса, функциональное определение.

Новые особенности математических НИП потребовали и адекватного построения в этих единицах и самой методологии НИП в математике. В авторском варианте методологии математических НИП был ослаблен принцип фаллибилизма Лакатоса. Развитие математики предложено

оценивать в соответствии с более слабыми версиями фаллибилизма. Для процессов возникновения, развития и завершения математических НИП в математике предложена единая эволюционная модель, описывающая механизм этих процессов на основе взаимодействия идей из различных исследовательских программ. Отмеченная модель унифицирует механизм роста математического знания, тогда как различия в наблюдаемых в истории математики периодах роста отнесены к особенностям проявления динамики этого роста в соответствии с парадигмой теоретико-катастрофического подхода к их описанию. Рост математического знания в предлагаемой методологии НИП характеризуется двумя стадиями: 1) стадия нормального роста, соответствующая исследовательской деятельности в рамках уже созданных ранее программ, и 2) стадия критического роста, определяемая как стадия возникновения новых НИП. В таком подходе к типологизации роста знания, возникновение одновременно нескольких новых НИП может характеризоваться в теоретико-катастрофическом плане как многообразие катастрофы, отвечающей внутренней структуре исторически сложившегося состояния в системе научного знания.

Наиболее значимые новые результаты исследования заключаются в следующем.

1. На основе анализа исторического развития математики сделан вывод о необходимости разделения научно-исследовательских программ на два качественно различающихся класса - математические и метаматематические НИП - определяющие собой динамику математического развития на современном этапе.
2. Выявлен определяющий характер математических НИП в реконструкции развития математического знания на современном этапе развития и недостаточная адекватность методологии НИП Лакатоса специфике математических НИП.
3. Для анализа развития математического знания разработан новый вариант методологии НИП, использующий математические НИП в качестве основных единиц анализа.
4. Разработаны критерии для выявления НИП в реальной истории математики и на их основе предложена типологизация стадий роста математического знания.
5. На основе предложенной методологии выполнена реконструкция роста геометрического знания в истории создания неевклидовой геометрии: а) периода открытия геометрии Лобачевского, и б) периода последующего развития неевклидовой геометрии.
6. Для процессов становления математических НИП предложена

эволюционная модель, описывающая механизм взаимодействия математических и метаматематических идей из различных исследовательских программ.

7. В реальной истории развития математики выявлены примеры еще не завершившихся процессов программного оформления исследовательской деятельности в форме математических НИП, для реконструкции которых предложены дополнительные методологические единицы.

Научно-практическая значимость диссертации. Полученные в исследовании результаты позволяют углубить понимание проблем развития математического знания и его рациональной реконструкции в методологии математики. Помимо этого, полученные в диссертации результаты могут быть использованы для построения спецкурса по основаниям геометрии, входящего в образовательную программу по кафедре геометрии педагогического университета.

Апробация результатов работы. Основные положения диссертации обсуждались на заседании кафедры философии Казанского государственного университета и кафедры геометрии Казанского государственного педагогического университета. Некоторые из результатов диссертации обсуждались на XIX международном конгрессе по истории науки в г. Сарагоса (Испания), международной научной конференции «Лобачевский и современная геометрия» в г. Казани, международном семинаре «Космическое пространство в науке, философии и богословии» в г. Санкт-Петербурге.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, характеризуется степень разработанности проблемы, определяется теоретико-методологическая основа исследования, формулируются предмет, цель и задачи диссертационной работы, ее новизна и научно-практическая значимость.

Первая глава «Критический анализ современных методологических концепций роста математического знания» состоит из трех параграфов.

В первом параграфе «Критический анализ методологии НИП Лакатоса» дается обзор оригинальной методологии НИП Лакатоса и обосновывается неадекватность этой методологии процессу развития математического знания. В нем отмечается, что введенный Лакатосом термин

НИП удачно направляет методологический анализ роста научного знания. Однако, сама методология, принимающая НИП в качестве своих единиц, обладает рядом принципиальных недостатков. Отметим главные из них. Во-первых, эта методология создана для анализа роста эмпирического знания. Ее методологической основой является конкуренция фундаментальных, эмпирически эквивалентных, теорий. В математике нет понятия эмпирической эквивалентности, а конкуренция НИП либо отсутствует, либо имеет принципиально иные параметры. Во-вторых, методология Лакатоса по сути отрицает специфику математических НИП. Эмпирицистские НИП Лакатоса представляют собой последовательности модифицируемых теорий, объединенных общими программными установками. Однако, в математике действует идеал заверщенного знания, и для модификаций теории не остается места. Соответственно, математические НИП должны иметь другую структуру, фиксирующую другие принципы взаимодействия программных установок с результатами исследовательской деятельности. Результатом данного параграфа является обоснование необходимости разработки нового варианта методологии НИП для анализа развития математического знания.

Во втором параграфе «Критический анализ современных конкретнонаучных моделей роста математического знания» выполнен анализ некоторых современных конкретнонаучных концепций развития знания, возникших в результате новейших исследований в области нелинейной физики, теории катастроф и синергетики. Отмеченные концепции предлагают различные модели внутреннего механизма развития научного знания, фиксирующие свои определенные контексты для анализа внутренней логики его развития. Для целей ретроспективного анализа отмеченные модели различаются своими вариантами демаркации между внутренними и внешними факторами развития. Первые из них с необходимостью должны быть учтены в объясняющем формализме методологии, реконструирующей внутреннюю логику развития знания. Главный результат этого параграфа заключается в том, что, отвергая для методологии математики фаллибилизм Лакатоса, мы принимаем позицию Р.Тома, выраженную в его теории катастроф. В ней развитие математики и, как мы полагаем, ее методологии представляется как процесс формирования структур. Эта позиция будет основой для выработки нового понимания научно-исследовательских программ в математике.

В третьем параграфе «Критический анализ фундаменталистских и нефундаменталистских концепций в методологии математики» дан обзор иных подходов к реконструкции развития математического знания. Качественное своеобразие этих подходов связано с тем фактом, что в

современных философско-методологических исследованиях развития математического познания выделились два направления исследования – фундаменталистское и нефундаменталистское. Первое из них подчиняет исследование развития математического знания установке на выяснение проблемы сущности математики, вне зависимости от ее конкретных исторических состояний. Второе, напротив, рассматривает историческое развитие математики как закономерно обусловленное и подчиняет свой анализ выявлению этих исторических закономерностей. Реконструкция развития математического знания в русле нефундаменталистской философии представляет собой построение комплекса моделей историко-математического процесса, дающих описание закономерностей развития математического познания, извлекая последние из реальной истории.

В данном параграфе дается обзор некоторых конкретных современных моделей математического развития. Фундаменталистское направление представлено моделью развития математики Ф.Китчера. В ней, согласно авторской концепции, математика рассматривается как индивидуальная и коллективная деятельность, охватываемая понятиями «математической практики» и «межпрактическими переходами» от одной практики к другой. Нефундаменталистское направление представлено моделями А.Г.Барабашева и И.С.Кузнецовой. В первой из них развитие математического знания реконструируется в виде системы взаимодополнительных описаний множества исторических закономерностей развития математики. Эта модель ставит сложные вопросы о причинной обусловленности историко-математических процессов и их отражении в принципах рефлексивного восприятия. Другая модель математического развития, предложенная И.С.Кузнецовой, основана на авторской концепции метаэмпирического понимания природы математического развития. Отмеченная модель, выстраивающая математическое знание в иерархическую, структурно организованную, систему метаэмпирических и метаумозрительных рассуждений, переплетения которых, по И.С.Кузнецовой, и составляют сущность математических исследований, близка к интенциям данной диссертации. Помимо отмеченных, дается обзор попыток адаптации известной куновской модели для анализа математического познания, изложенных в работах М.Ярошки, Р.Перко и П.Шепфа. В заключение параграфа дается обзор некоторых, более частных, исследований, связанных с развитием и экспликацией в методологии науки новых представлений об исследовательской научной деятельности вообще. В этих исследованиях научная деятельность подразделяется на типы, среди которых НИП занимает свое определенное место.

Вторая глава «Новый вариант методологии НИП в математике» состоит из четырех параграфов.

В первом параграфе «Структура и рост математического знания в методологии математических НИП» дается новая экспликация математических научно-исследовательских программ, более адекватных методологии математики, и обосновывается тезис об определяющей роли этих методологических единиц для реконструкции динамики роста математического знания.

Методология науки должна отражать в своих единицах важнейшие тенденции развития научного познания. Ретроспективный анализ развития математического познания позволяет выделить и квалифицировать как определяющую тенденцию в ее развитии взаимодействие двух противоположно ориентированных процессов. Это процессы дифференциации и интеграции математического знания. Взаимодействие этих процессов в настоящее время оценивается как сущность самого механизма развития математического знания. Соответственно, математические НИП должны адекватно отражать отмеченные процессы. В данном параграфе предлагается и обосновывается тезис о том, что именно математические НИП определяют внутреннюю логику развития математического знания. Тем самым логика развития математического знания оказывается предметом методологии математических НИП.

Анализ математических НИП, реконструируемых из истории математического развития, примеры которых представлены в третьей главе, позволяет определять математические НИП как жестко определенные последовательности математических идей и метаматематических основоположений. При этом, основой НИП являются математические идеи, тогда как метаматематические основоположения служат для создания структурной иерархической конструкции НИП. Таким образом в математических НИП реализуется соподчинение одних идей другим, образуя иной вариант структуры НИП, отличный от структуры эмпирицистских НИП Лакатоса. Примером здесь может служить «Эрлангенская программа» Ф.Клейна, в которой принцип симметрии, являясь метаматематическим принципом служит для организации собственно геометрических идей в различные геометрические системы.

В отличие от математических, метаматематические НИП не подвержены указанным процессам дифференциации и интеграции. Они образуются системой метаматематических идей, которые демонстрируют конкурентную борьбу, проявляя эмпирицистский статус метаматематики.

Структура метаматематических НИП аналогична структуре эмпирицистских НИП Лакатоса. Примерами таких НИП служат программы логицизма, формализма и интуиционизма, возникшие на рубеже 19-20 века. В этом параграфе дан сравнительный анализ различий между указанными выше типами НИП в методологии математики.

Во втором параграфе «Генезис математических НИП» на основе анализа реальной истории математического развития уточняется специфика математических НИП, разрабатываются критерии программной определенности исследовательской деятельности математиков и выявляется механизм роста знания в истории математического развития.

Исходным моментом методологического анализа предлагаемой методологии, является реконструкция математических НИП. Эти НИП служат для фиксации качественно различных способов генерации научного знания, и для них должны быть определены соответствующие критерии, позволяющие квалифицировать ту или иную инновационную деятельность как программную. При этом общий механизм развития математического знания с необходимостью будет отражаться в математических НИП, а элементы этого механизма – в структуре самих НИП. Следовательно, критерии программной определенности математических НИП следует искать в механизмах реального исторического развертывания процессов роста математического знания.

Реальная динамика развития математического знания, наблюдаемая в истории математики, демонстрирует специфическое взаимодействие идей из различных областей математического знания. Математика не только едина как часть науки в общем значении этого слова, но и ее развитие демонстрирует как никогда ранее это единство. При этом прогресс в математике происходит главным образом в результате слияния двух и более различных областей математики. Механизм такого слияния проявляет себя в виде существования: а) центров притяжения, и б) центров излучения математической мысли. Первые образуются нерешенными задачами, ждущими новых методов решения этих задач. Вторые, напротив, образованы методами уже решенных задач и, в силу этого, обладающих некоторым, уже зарекомендовавшим себя, потенциалом.

Математические НИП организуют функционирование отмеченного механизма в виде единого познавательного процесса с единой логикой развития математического знания. Из анализа истории математики были выявлены следующие три определяющих признака математических НИП: а) специализация предмета исследования, состоящая в выделении и обособлении определенной области идей и методов, образующих центры

притяжения математической мысли, б) унификация заявленных целей, задач и методов, в форме единой операционной деятельности, и в) наличие рефлексивности, оформляющей исследовательскую деятельность на программном уровне. В обосновании предложенных в этом параграфе положений рассмотрены три примера из истории математики – проблема теоремы Ферма, возникновение интеграла Лебега и доказательство теоремы Эйлера о многогранниках.

В третьем параграфе «Соотношение внутритеоретической и метатеоретической рефлексии математического познания в методологии математически НИП» дается анализ соотношения внутритеоретической и метатеоретической рефлексии в методологии математических НИП и выявляется место данной методологии в системе рациональных реконструкций исторических закономерностей развития математики.

Развитие математики обнаруживает тенденцию к все более усложняющейся иерархии в переплетении внутринаучных и метанаучных основоположений. В генезисе математических НИП это проявляется в воссоздании структуры НИП, в которой метанаучные основоположения выполняют функцию организации всего комплекса идей в единый программный ориентир исследовательской деятельности. В методологии математических НИП отмеченные конгломераты идей принадлежат различным уровням рефлексии, создавая, проблеме их разграничения. В частности, такая проблема возникает при разграничении собственно математических и метаматематических детерминант в причинно-следственных связях наблюдаемых историко-математических процессов. Выдвигаемый в данном параграфе тезис состоит в том, что развитие математики как целостной системы специальных знаний требует от методологии, реконструирующей развитие этой науки, доведения процесса реконструкции до выявления внутренней логики развития математического знания, до воссоздания проекции развития этого знания в мире собственно математических идей. Иначе говоря, для реконструкции развития математического знания принимается принцип математической наблюдаемости, требующий адекватного отображения любых методологических понятий в мире математических идей. Отсюда следует значимость внутринаучной рефлексии для разработки критериев программной определенности математических НИП. Вместе с тем, новые НИП не сводятся только к собственно математическим идеям. Структура НИП содержит метаматематические основоположения, для обсуждения и анализа которых методология должна вырабатывать более широкий контекст. Тем не менее, до тех пор, пока обособленность отдельных наук от науки о

человеке отождествляется со спецификой этих наук и поддерживается тенденцией к специализации научных знаний, до этих пор для анализа развития специальных наук наиболее общий социокультурный контекст должен привлекаться лишь по случаю.

В четвертом параграфе «Диалектика развития знания в методологии математических НИП» раскрывается диалектика методологии математических НИП, рассматриваемой как процесс рефлексии над достигнутым уровнем развития математики. В этом ракурсе анализируются ресурсы методологии и намечаются контуры ее собственной эволюции как системы, реконструирующей все более тонкие детали динамики развития математического знания. В развитие этих идей в четвертой главе исследуются процессы зарождения новых математических НИП, отражающих диалектику процесса методологического анализа математического познания.

В третьей главе «Рациональная реконструкция истории создания неевклидовой геометрии» выполнена реконструкция истории создания неевклидовой геометрии в форме становления и последующей эволюции математических НИП.

В первом параграфе «Рациональная реконструкция истории создания геометрии Лобачевского» на основе ретроспективного анализа исторического материала дана рациональная реконструкция открытия неевклидовой геометрии. Прослеживая переплетения математических и метаматематических идей, показано развитие представлений об обосновании геометрии с внутригеометрического типа на внегеометрический, определяющий расширения контекста обоснования с внутринаучного уровня рефлексии на метанаучный уровень. В частности, получено обоснование наблюдаемого в истории консерватизма в признании неевклидовой геометрии как результата столкновения метафизических установок евклидовой априористской программы в геометрии и новой, неевклидовой установки математического эмпиризма Лобачевского, Больяи и Гаусса.

Во втором параграфе «Рациональная реконструкция истории создания геометрий Римана, Кэли и Клейна» прослежена история последующего этапа создания неевклидовых геометрических структур в форме реконструкции трех геометрических исследовательских программ. Эти НИП, оформляющих на программном уровне результаты исследований создателей отмеченных геометрий, реконструированы по оригинальным работам этих ученых. Методологический анализ посвящен выявлению того множества геометрических идей и сопровождающих их математических и

методологических основоположений, которые определяли проблематику геометрических исследований того времени. Результатом этого параграфа является внутритеоретический анализ адекватности отражения всей проблематики геометрических исследований реконструируемого периода в проблематике исследований указанных трех НИП. Исследуется генезис этих НИП в форме преемственности геометрических идей, общематематических и метаматематических основоположений из более ранних, предшествующих НИП Евклида, НИП Э.Галуа, НИП Н.Лобачевского. В развитие этого исследования, в свою очередь, анализируется влияние новых НИП на возникновение последующих математических НИП А.Пуанкаре (*Analysis Situs*), НИП Д.Гильберта (аксиоматический метод) и НИП Н.Васильева (неклассическая логика).

В третьем параграфе «Внутритеоретический анализ адекватности методологии НИП в реконструкции истории создания неевклидовой геометрии» на основе полученных во второй главе критериев дается внутритеоретическое обоснование программного, в смысле предлагаемой методологии математических НИП, характера реконструированных во втором параграфе геометрических НИП Римана, Кэли и Клейна. Отмечается, что возникновение этих НИП сопровождается привнесением в геометрию и новых метатеоретических основоположений. Так, в НИП Римана высказана метаматематическая идея о справедливости допущений его геометрии в бесконечно малом, т.е. в явлениях микромира. Эта идея в дальнейшем получила свое полное оформление в результате создания Эйнштейном общей теории относительности. Метаматематическая идея подчинения всего разросшегося многообразия геометрий классифицирующему принципу симметрии послужила для оформления «Эрлангенской программы» Клейна.

В развитие выполненного анализа в этом параграфе предложена классификация роста математического знания в виде двух его фаз: нормальной, характеризующейся накоплением новых фактов в русле уже созданных НИП, и критической – характеризующейся возникновением новых НИП. Анализ процессов возникновения новых НИП Лобачевского, НИП Римана и остальных геометрических НИП выявляет особенность этих процессов, состоящую в расширении рефлексии над научным познанием с внутритеоретического уровня на метатеоретический. При этом за рефлексией сохраняется функция структурного оформления собственно математической проблематики. Это наблюдение далее исследуется в четвертой главе.

В четвертой главе «Значение методологии математических НИП в современной математике» предпринято исследование адекватности

предложенной методологии для реконструкции процесса развития всей теоретической математики.

В первом параграфе «Проблема рачиснальной реконструкции роста знания в современной математике» обосновывается тезис о соответствии методологии математических НИП наблюдаемым тенденциям в развитии современного математического знания и адекватности ее единиц для реконструкции внутренней логики этого развития. Результаты этого параграфа подготавливают постановку исследований в последующих параграфах этой главы.

Во втором параграфе «Внутритеоретический анализ процессов становления фундаментальных НИП в современной математике» выполнен методологический анализ логики развития теоретической математики на примере истории создания аналитической геометрии Декарта, комплексного и функционального анализа. В частности, внутритеоретический анализ истории создания аналитической геометрии Декарта приводит к выводу, что возникновение этого раздела математики не связано с появлением новой математической НИП. Соответственно, сам факт появления содержательных элементов этого раздела математики не следует квалифицировать как рост математического знания. Вместе с тем, этот пример показывает механизм развития математики, который в отмеченном случае привел к усложнению структуры математики в целом. Действительно, главный вклад Декарта заключался в создании новой для того времени методологии и лишь впоследствии повлек за собой рост знания в форме нормальной, по терминологии третьей главы, фазы роста математического знания. Аналогичные процессы происходили и при зарождении комплексного анализа, подтверждая сделанный вывод об эволюционном механизме развития математического знания. Отмеченные примеры позволяют высказать гипотезу об общем характере сделанной в третьей главе типологизации периодов развития математического знания. А именно, нормальная фаза роста знания наблюдается тогда, когда этот рост направляется ранее созданными НИП, а новые результаты относятся к реализации уже заявленных НИП. Характерной чертой периодов нормального роста является отсутствие новых математических НИП. Пример такого периода развития геометрического знания предоставляет история создания неевклидовых геометрий после появления геометрий Римана, Кэли и Клейна.

Появление новых НИП означает возникновение критического периода роста знания. Эволюция роста знания в этом случае приобретает характер потери устойчивости нормального режима развития и возникновения новых

его ветвей. В критические периоды эволюция развития конкретной области математики оказывается восприимчивой к слабым воздействиям из других областей научного знания. Однако, структура разветвления траектории знания полностью описывается новыми НИП. Такую динамику развития математического знания демонстрирует история создания функционального анализа. Эта НИП оформилась в результате длительной эволюции в подготовке нового математического формализма. В определенной степени можно утверждать, что ее возникновение полностью подготовлено предыдущим развитием математического знания. Действительно, эта НИП возникла тогда, когда технике перехода от конечного к бесконечному, изучаемому в различных разделах математики, была придана ключевая роль в формулировке нового типа математических задач. Иначе говоря, механизм генерации математического знания, в рамках ранее заявленных НИП, уже подготовил новую ветвь эволюции в развитии этого вида знания. Методология математических НИП реконструирует историю критических периодов роста знания, как потерю устойчивости текущего режима развития, связывая рост знания с возникновением новых математических НИП.

В третьем параграфе «Метатеоретический анализ процессов становления современных математических НИП» предпринят историографический анализ, выявляющий стадию программного оформления исследовательской деятельности. В современном состоянии развития математического знания выявлены примеры математических исследований, обладающих некоторым методологическим своеобразием. Оно заключается в наличии определенного набора эвристических правил, направляющих основной поток исследований по соответствующей тематике. Однако, эти исследования все еще не получили своего окончательного оформления на программном уровне в смысле методологии математических НИП. Такие стадии роста знания квалифицируются как определенные фазы процесса зарождения новых НИП. Для реконструкции таких фаз предложена дополнительная методологическая единица анализа - философия метода - служащая для фиксации отмеченной исследовательской деятельности как качественно определенной единицы для анализа процессов зарождения новых математических НИП.

В заключении подводятся основные итоги работы, намечаются перспективы дальнейшего исследования.

Основное содержание диссертационного исследования отражено в следующих публикациях:

1. Г.Д.Тарзиманова. Философско-геометрическое наследие профессора Казанского университета А.И.Смирнова. *Вопр. ист. естествозн. и техники*, 1986, 1, с.88 – 89.
2. Г.Д.Тарзиманова. Творческое развитие философско-геометрических идей Н.И.Лобачевского в Казанском университете со второй половины XIX века. *Междунар.Науч.Конф. «Лобачевский и современная геометрия»*, Казань, Изд. КГУ, (август) 1992, с.82 – 83.
3. Г.Д.Тарзиманова. Н.И.Лобачевский и А.Я.Купфер. В кн. «Памяти Лобачевского посвящается» Изд. КГУ, 1992, вып.1, с.87 – 96.
4. G.D.Tarzimanova. Rational Reconstruction of Non-Euclidean Geometry History of Creation. XIth Int. Congress of History of Science. Zaragoza (Spain) 1993, М4 – 7; 24.
5. Г.Д.Тарзиманова. Научно-исследовательские программы в геометрии и логическая реконструкция эволюции научного знания о пространстве. Материалы VII Междунар. Семина. «Космическое пространство в науке, философии и богословии», С.– П, 1994, с.95 – 96.

Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ.л. 1,0. Усл.печ.л. 0,93. Усл.кр.-отг. 0,98. Уч.изд.л. 1,0. Тираж 100.

Заказ №62.

Типография Издательства Казанского государственного
технического университета
420111, Казань, К.Маркса, 10

